

准地转正压大气小波谱模式及其数值解^{*}

戴新刚^{1,2} 汪 萍³ 丑纪范²

1. 中国科学院大气物理研究所区域气候环境重点实验室, START 东亚区域中心, 北京 100029;

2. 兰州大学资源环境学院, 兰州 730000;

3. 北京大学物理学院大气科学系, 北京 100871

摘要 基于 β 平面通道准地转正压位势涡度方程, 用 wavelet-Galerkin 方法导出了以周期小波尺度函数为基底的小波谱模式, 提出了小波格-谱变换算法, 大大减少了模式非线性项的计算量; 利用小波基导出了流函数倾向的二维 Helmholtz 方程的矩阵代数方程, 求出了周期边界条件下的高精度解. 数值试验表明, 在热力和地形强迫下小波谱模式可以稳定的长时间积分, 其数值解与格点差分模式的积分结果相近, 但解的精度更高、收敛速度更快. 在单纯热力强迫下得到了收敛的稳定解, 在地形强迫下解呈现约 15 d 的准周期振荡, 类似于大气环流的高低指数循环.

关键词 β 平面 正压大气 小波谱模式, 小波格-谱变换法

数值求解大气动力热力方程组是定量研究大气环流及其演变规律的重要手段之一^[1]. 目前大气数值模式依其离散化和求解方法主要分为格点模式和谱模式. 前者用有限差分近似, 优点是简单且边界条件易于处理; 缺点是逼近函数的连续性差, 模拟的波动移速往往偏慢, 在球坐标中极点不好处理, 非线性项的计算容易出现混淆误差等. 当然, 随着一系列守恒格式设计的成功^[2], 有限差分近似的非线性计算稳定性也得到了改进. 谱模式是基于某种正交函数基底离散化方程组, 将大气偏微分方程组化为常微分方程组求解, 优点之一是空间导数的计算是精确的, 在球坐标系中不存在地球极点问题等; 主要缺点是复杂边界不易处理. 另外, 三角函数或球谐函数等都是全局基, 在描述大气中降水等不连续物理量时会出现所谓“Gibbs 现象”, 对于陡峭地形甚至会导致“负地形”产生^[3,4]. 这些问题在分辨率低的气候模式中表现得尤为突出.

紧支集正交小波基的成功构造^[5~7] 不仅为数字信号压缩和图像处理等提供了强有力的工具, 也为

我们求解微分方程带来了新的思路^[8]. 正交小波基在物理空间和波数空间上同时具有良好的局域性对于数值求解微分方程是有吸引力的, 它不仅能削弱因函数不连续性引起的“Gibbs 现象”、使误差局域化^[3], 同时可以大大压缩模式的自由度, 提高计算精度. 目前, 已经发展了多种用小波理论求解微分方程的方法, 其中主要有 wavelet-Galerkin 方法^[9]、小波配置法 (collocation)^[10] 和 WOFD^[11] 方法等. 这些方法成功地模拟了流体间断的传播^[8]、地幔对流^[10] 和赤道海洋 Kelvin 波^[11] 等, 显示出小波方法求解微分方程的潜力. 然而, 用小波方法求解涡度方程的例子却极为少见, 因为涡度方程具有的高阶导数不易处理, 同时又涉及求解 Poisson 方程的困难. Qian 和 Weiss^[12] 只求解了一个有平流和耗散项的简单无辐散涡度方程. 至于用小波方法求解大气涡度或位势涡度方程, 目前尚未见报道. 本文利用 wavelet-Galerkin 方法求解具有非绝热加热、地形强迫和耗散的非线性准地转正压大气位势涡度方程, 其中包括求解一个二维 Helmholtz 方程, 试图据此

2003-11-27 收稿; 2004-02-14 收修改稿

* 国家重点基础研究发展规划(G1999043403)和国家自然科学基金(批准号: 49875024)资助项目

尝试该方法在模拟非线性大气运动特征的潜力.

1 正交小波基

Mallat 引入的多分辨率分析 (MRA)^[13] 是构造正交小波基的一般方法. 由小波尺度函数 φ 和小波函数 ψ 可以构造如下的标准正交基^[6,9]

$$\varphi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - k), \quad \varphi_{j,k}(x) \in V_j, \quad (1)$$

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k), \quad \psi_{j,k}(x) \in W_j, \quad (2)$$

其中指标“ j ”是小波分辨率, k 为平移参数, 它们都为整数 Z . 闭子空间序列 $\{V_j\}_{j \in Z}$ 满足如下的嵌套关系

$$\dots \subset V_j \subset V_{j+1} \dots \subset L^2(IR), \quad j \in Z, \quad (3)$$

W_j 是 V_j 的正交补, 即

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j, \quad (4)$$

尺度函数 $\varphi_{j,k}(x)$ 仅是 V_j 的标准正交基, 因为分辨率 j 是给定的; 小波函数 $\psi_{j,k}(x)$ 是 $L^2(IR)$ 的标准正交基, 它的伸缩和平移都构成了 $L^2(IR)$ 空间的标准正交基底, 即有如下关系成立

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{j,k}(x) \varphi_{j,l}(x) dx = \delta(k-l), \quad (5)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}(x) \psi_{j,m}(x) dx = \delta(j-l) \delta(k-m), \quad (6)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{j,k}(x) \psi_{j,m}(x) dx = 0, \quad (7)$$

其中 $\delta(x)$ 是 Dirac 函数. 上述经典小波基都定义在实数轴上, 求解微分方程需要有限区间上的小波基, 但这类小波基构造尚处于发展阶段^[14]. 因此, 我们选择定义在 $[0, 1]$ 区间上的周期小波作为展开基底. 周期小波可以简单地通过对 (1) 和 (2) 式做 Poisson 求和得到^[5, 15], 即

$$\varphi_{j,k}(x) = \sum_{l \in Z} \varphi_{j,k}(x-l), \quad (8)$$

$$\psi_{j,k}(x) = \sum_{l \in Z} \psi_{j,k}(x-l), \quad (9)$$

其中 $\varphi_{j,k}(x)$ 和 $\psi_{j,k}(x)$ 分别是周期尺度函数和周期小波函数. $\varphi_{j,k}(x) \in \mathcal{V}_j$, $\psi_{j,k}(x) \in \mathcal{W}_j$, 且有

$$\mathcal{V}_{j+1} = \mathcal{V}_j \oplus \mathcal{W}_j, \quad (10)$$

$$L^2(IR) = \text{close}_{L^2(IR)}(\mathcal{V}_0 \oplus_{j=0}^{\infty} \mathcal{W}_j). \quad (11)$$

一个平方可积函数既可以用尺度函数, 也可以用小波函数展开, 当然还可以同时用两者展开. 其中, 尺度函数系数描绘了函数的大致轮廓或近似部分, 而小波系数反映的是函数的细节或奇异部分. 考虑到模拟的是大尺度正压 Rossby 波, 并且模式分辨率较低, 我们选择周期尺度函数作为展开基底.

2 正压模式

1979 年, Chamey 基于 β 平面准地转位势涡度方程构造了一个考虑非绝热加热、摩擦和地形的大气正压模式^[16], 其无量纲方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta^2 \psi - \frac{\psi}{\lambda^2}) + J(\psi \Delta^2 \psi + h) + \\ \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} + k \Delta^2 (\psi - \psi^*) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 ψ , h , ψ^* 依次是准地转流函数、下垫面地形和非绝热加热流函数; $\lambda^2 = gH / (f_0^2 L^2)$, $\beta = L / a \approx 1/4$, $k = D_E / (2H)$, $\pi L = 5 \times 10^6$ m, $H = 10^4$ m; $f_0 = 2 \Omega \sin \phi_0$, 为 Coriolis 参数, $\phi_0 = 45^\circ$ N; g 是重力加速度, a 是地球半径; $D_E = (2\nu_E / f_0)^{1/2}$, 是 Ekman 深度, ν_E 为体积涡旋粘性系数. 为了利用周期小波, 需要将 (12) 式定义在单位正方形区域上并加上周期边界条件, 即

$$(\Delta^2 - \lambda_0^2) \frac{\partial \psi}{\partial t} = -J(\psi C + h) - \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} - k(C - C^*), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} (x, y) \in G = \{(x, y) | (x, y) \in [0, 1] \otimes [0, 1]\}, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = C, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\psi(x, y) = \psi(x \pm n, y \pm n), n \in Z, \quad (15)$$

其中 $\lambda_0^2 = \lambda^{-2}$, $C^* = \Delta^2 \psi^*$, $k = 0.01$. (13)~(15) 式即是本文所用的 β 平面通道中的无量纲准地转正压大气模式.

3 小波谱模式

若流函数 $\psi(x, y) \in L^2(IR)$, 是周期为 1 的函数, 则可以将其投影到 V_J 空间中得到分辨率为 J 的近似展开式

$$\begin{aligned} \psi(x, y) &= P_J(\psi(x, y)) \\ &= \sum_{i=0}^{2^J-1} \sum_{k=0}^{2^J-1} \psi_{i, k} \varphi_{J, i}(x) \varphi_{J, k}(y), \end{aligned} \quad (16)$$

其中 P_J 为正交投影算子, 展开系数定义为

$$\psi_{i, k} = \iint_G \psi(x, y) \varphi_{J, i}(x) \varphi_{J, k}(y) dx dy, \quad (17)$$

显然, 当 $J \rightarrow \infty$ 时, $\psi(x, y)$ 收敛到 $\psi(x, y)$. 流函数的导数也可以做类似展开,

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \approx P_J \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \sum_{j=0}^{2^J-1} \sum_{k=0}^{2^J-1} CX_{J, j, k} \varphi_{J, j}(x) \varphi_{J, k}(y), \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \approx P_J \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) = \sum_{j=0}^{2^J-1} \sum_{k=0}^{2^J-1} CXX_{J, j, k} \varphi_{J, j}(x) \varphi_{J, k}(y), \quad (19)$$

其中(18)式的展开系数定义为

$$CX_{J, j, k} = \iint_G \frac{\partial \psi}{\partial x} \varphi_{J, j}(x) \varphi_{J, k}(y) dx dy, \quad (20)$$

将(16)式代入(20)式, 经过变量代换, 整理得

$$\begin{aligned} CX_{J, j, k} &= 2^J \sum_{l=0}^{2^J-1} \sum_{m=0}^{2^J-1} \psi_{l, m} \int \varphi_{l-j}^{(1)}(x) \varphi(x) dx \cdot \\ &\int \varphi(y-m) \varphi(y-k) dy, \end{aligned} \quad (21)$$

上式中尺度函数的上标“(1)”表示一阶导数,

$l-j$ 为平移因子. 注意到尺度函数的支撑区域和周期性, (21)式又可以写为

$$CX_{J, j, k} = 2^J \sum_{l=2-ND}^{ND-2} \psi_{l+j, k} \Omega_l^1, \quad (22)$$

其中 ND 为 Daubechies 小波阶数, 一阶连接系数的定义为

$$\Omega_l^1 = \int \varphi(x) \varphi_l^{(1)}(x) dx, \quad (23)$$

用同样的方法可以导出(19)中流函数二阶导数的尺度函数变换,

$$CXX_{J, j, k} = 2^{2J} \sum_{l=2-ND}^{ND-2} \psi_{l+j} \Omega_l^2, \quad (24)$$

其中二阶连接系数的定义为

$$\Omega_l^2 = \int \varphi(x) \varphi_l^{(2)}(x) dx. \quad (25)$$

有了(24)式, 我们很容易求出涡度的尺度函数变换 $C_{J, j, k}$ (或记为 $C_J(j, k)$). 由于一阶和二阶等小波连接系数可以用 Dahmen 等^[17] 给出的代数方法高精度的求出. 因此小波方法逼近导数的截断误差很小.

将流函数、非绝热加热流函数和涡度平流(包括地形强迫)项用周期小波尺度函数展开后再代入(13)式, 并且在方程两端同乘以 $\varphi_{J, p}(x) \varphi_{J, q}(y)$, 然后在区域 G 上积分, 利用(16)~(23)式和尺度函数的正交性可以得到小波谱形式的正压位势涡度方程或正压模式

$$(C_J(p, q))_t - \lambda_0^2 (\psi(p, q))_t = -F_J(p, q), \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} F_J(p, q) &= H_J(p, q) + 2^J \beta \sum_{l=2-ND}^{ND-2} \psi(l+p, q) \Omega_l^1 - \\ &k(C_J(p, q) - C_J^*(p, q)) = 0, \quad (27) \\ H_J(p, q) &= \iint_G J(\psi C + h) \varphi_{J, p}(x) \varphi_{J, q}(y) dx dy. \end{aligned}$$

(28)

与以球谐函数或三角函数危基底的谱模式一样, (28)式的小波变换计算量非常巨大, 不能直接计算, 需要用下一节叙述的小波格-谱变换法计算.

方程(26)是一个关于流函数倾向的小波谱形式的 Helmholtz 方程, 可以写为

$$\sum_{l=2-ND}^{ND-2} (\psi_l)_{J, l+p, q} \Omega_l^2 + \sum_{m=2-ND}^{ND-2} (\psi)_{J, p, m+q} \cdot \Omega_m^2 - 2^{-2J} \lambda_0^2 (\psi)_{p, q} = -2^{-2J} F_J(p, q). \quad (29)$$

在周期边界条件下(29)式可以进一步写成矩阵形式

$$\Omega \psi + \psi \Omega = -2^{-2J} F, \quad (30)$$

其中 Ω 是由小波而接连系数 Ω_i^2 等构成的循环矩阵

$$\Omega = \text{circ}(\Omega_0^2 - 2^{-2J-1} \lambda_0^2, \Omega_1^2, \Omega_2^2, \dots, \Omega_{ND-2}^2, 0, \dots, 0, \Omega_{2-ND}^2, \dots, \Omega_2^2, \Omega_1^2). \quad (31)$$

4 数值解法

4.1 小波格-谱变换法

如果给定加热的形式 C^* , 在周期边界条件下积分(26)和(29)式就可以求得正压小波谱模式的数值解 $\psi(p, q)$, 对其再做小波尺度函数逆变换就可以得到正压模式的解流函数 $\psi(x, y)$. 计算方程(26)右端项的主要困难是如何减少非线性项 $H_J(p, q)$ 的计算量. 假如采取直接计算小波展开的非线性相互作用项, 计算量太大, 大规模数值计算几乎不可能. 我们设计了一种小波格谱变换算法能高效地计算 $H_J(p, q)$ 项, 具体分为以下 4 个步骤:

- (1) 在小波波数空间中用尺度函数的连接系数计算出流函数和涡度的空间导数尺度变换场;
- (2) 对波数空间导数做逆尺度函数变换, 得到它们在物理空间格点上的导数值;
- (3) 在物理空间格点上做乘法运算, 计算出格点上的涡度平流和地形抬升速度项;
- (4) 对涡度平流与地形抬升速度项的和再做小波尺度变换, 代入(26)式参与时间积分.

实际计算表明, 小波格-谱变换算法能大大减

少计算量, 加快了模式积分速度, 并且计算也是稳定的.

4.2 Helmholtz 方程求解

方程(30)能用代数方法求解^[15]. 循环矩阵 Ω 可以用快速 Fourier 变换(FFT)分解为^[12]

$$\Omega = \Phi D \Omega \Phi^T. \quad (32)$$

利用上式, (31)式的解可以表示为

$$\psi = -\Phi(B \Omega \setminus (\Phi^T F \Phi)) \Phi^T, \quad (33)$$

其中

$$B \Omega = D \Omega \begin{pmatrix} 1 & & & 1 \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ 1 & & & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & & & 1 \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ 1 & & & 1 \end{pmatrix} D \Omega, \quad (34)$$

(33)式中的“ \setminus ”是矩阵元素对元素的除法算子, $\lambda_i (i=1, 2^J)$ 与 Φ 分别是矩阵 Ω 的特征值和特征向量. $\Phi \Phi^T = 1$, $D \Omega = \text{diag} \{ \lambda_i \}$. 数值计算检验表明用 FFT 分解矩阵 Ω , 计算误差太大. 本文用 Jacobian 方法求出矩阵 Ω 的特征值和特征向量.

积分(33)式得到流函数的尺度变换场, 再由下式求出涡度的尺度变换场

$$C = 2^{2J} (\Omega^* \Psi + \Psi \Omega^*), \quad (35)$$

其中 Ω^* 为一循环矩阵,

$$\Omega^* = \text{circ}(\Omega_0^2, \Omega_1^2, \Omega_2^2, \dots, \Omega_{ND-2}^2, 0, \dots, 0, \Omega_{2-ND}^2, \dots, \Omega_2^2, \Omega_1^2). \quad (36)$$

在本文的计算中使用 Daubechies 周期小波, 阶数 $ND=10$, 分辨率 $J=4$, 即在单位面积上有 16×16 个网格点.

5 模式积分

5.1 热力驱动环流

令 $h(x, y) = 0$, 即没有地形起伏. 为了满足

周期边界条件, 我们所用热力强迫形式与 Charney 模式有所不同, 加热函数取为

$$C^*(x, y) = -0.24\sqrt{2}\sin(2\pi y) - 0.4\cos(2\pi x)\sin(2\pi y), \quad (37)$$

初始场为

$$\psi(x, y) = 0.01\cos(2\pi x)\sin(2\pi y). \quad (38)$$

小波谱模式的时间积分采用 4 阶 Runge-Kutta 方案, 无量纲时间步长为 0.27 个单位, 相当于 1/32 d. 在 SGI-2100 计算服务器上积分 32000 步,

相当于 1000 d. 为了观察解随时间的演变, 我们用积分区域中南北两个纬度上的平均流函数差定义一个西风环流指数 I_R , 即

$$I_R = \sum_{i=1}^{16} [\psi(i, 7) - \psi(i, 11)], \quad (39)$$

从 I_R 的演变(图 1(a))可以看到, 经过起初的一段时间适应后解很快收敛了. 图 1(e)是模式积分到最后一步输出的无量纲流函数场. 从中可以看到流场中有两高两低, 南边为高压, 北边为低压, 与加热场相配.

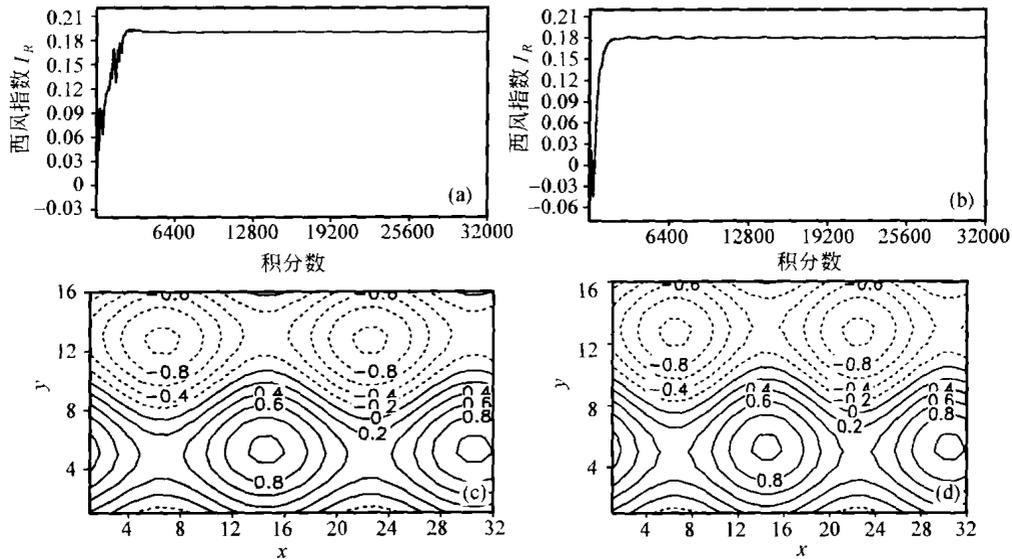


图 1 正压模式积分第 1000 天的西风环流指数 I_R 与流函数场

(a)和(c): 小波谱模式; (b)和(d): 格点模式, 绘图单位是 0.012

为了检验小波谱模式的推导和计算方法的正确性, 对正压模式(13)~(15)式取与小波谱模式相同的边界条件和热力强迫, 再用差分近似求解. Helmholtz 方程的求解用迭代算法^[4], 控制迭代的阈值为 10^{-6} , 涡度平流的计算采用 Arakawa 四阶精度的二次守恒格式^[3], 时间积分方案同小波谱模式. 积分结果显示, 格点模式收敛后的流函数场(图 1(d))与小波谱模式几乎相同, 但前者的西风环流指数略低于后者(图 1(a), (b)). 从西风环流指数的演变不难看出, 小波谱模式的收敛速度和积分时间都要快于格点模式. 事实上, 小波算法的截断

误差比格点模式小一个量级. 用一个理想解检验 Helmholtz 方程求解精度, 发现 wavelet-Galerkin 解的精度比格点模式的迭代解高一个量级. 其实, 在将小波谱空间解返回物理空间时, 还可以通过小波插值法获得更高的精度.

5.2 地形强迫环流

大气西风环流演变的一个显著非线性特征是呈现准周期的高低指数循环. 高指数对应于强纬向环流, 低指数对应弱纬向环流或强经向环流. Charney 模式在只有纬向平均加热和地形强迫下能成功地再现周期为十几天的振荡解. 我们的积分区域是[0,

1] \otimes [0, 1], 网格距离是 1/16, 小于 Charney 模式的格距($\pi/16$), 为了避免地形梯度过大, 小波谱模式的地形函数 $h(x, y)$ 取得和 Charney 模式一样, 但振幅减小了一半, 并且扣除了负地形, 即

$$h(x, y) = \begin{cases} 0.1 \cos(2\pi x) \sin(\pi y) & (x, y) \in D = \{(x, y) | h > 0\}, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (40)$$

考虑到周期边界条件, 加热函数取成

$$C^*(x, y) = -0.2\sqrt{2}\sin(2\pi y). \quad (41)$$

给定同样的初始场 (38) 式和积分时间步长 ($\Delta t = 0.27$), 对模式积分 1000 d 得到一个高低指数循环的准周期解. 图 2(a) 是去掉前 200 d 模式适应过程积分值的西风环流指数演变. 对其做一 Morlet 小波功率谱分析^[18] 可以看到存在准 15 和 30 d 2 个显著周期 (图 2(b), (c)), 前者为最显著的周期; 后者只是在 300 ~ 500 d 期间显著. 图 2(b) 中白色曲线所围区域是小波功率谱超过 0.05 信度统计检验的范围. 图 2(c) 是时间平均的小波功率谱, 也称全域小波谱 (global wavelet spectrum), 其中虚线是 0.05 信度的临界线.

在同样的初边值、地形和热力强迫条件下也用格点模式积分 1000 d, 得到了一个类似小波谱模式积分的准周期振荡解 (图 3(a)). 其 Morlet 小波功率谱 (图 3(b)) 显示其显著周期也是 15 和 30 d, 与小波谱模式模拟的结果相近. 比较图 2 和图 3 可以看到两者的差异. 首先, 小波谱模式的序列 I_R 中存在较多的时间尺度小于 5 d 的成分 (图 2(b), 3(b)), 格点模式解的周期性更显著, 谱的能量更集中, 15 和 30 d 时间平均谱峰高于小波谱模式; 其次是格点模式对较长周期 (30 d) 模拟得更好. 假如模式真解中存在准 30 d 的周期解. 这些差异说明 Arakawa 能量和涡度拟能守恒格式确能抑制不规则短波的发生, 时间积分很稳定. 小波谱模式因分辨率高, 积分过程中能产生较多的短波扰动, 容易出现计算不稳定. 进一步的数值试验表明一般能稳定积分的小波谱模式的时间步长要小于格点模式. 看来, 在保持小波方法计算精度高的前提下, 如何提高计算稳

定性是需要进一步研究的.

格点和小波谱模式的西风环流指数呈现相似的准周期振荡, 它们的高低指数环流型也比较相似. 在图 2 和 3 中分别各选一个高指数时刻 (积分的第 27552 步、26957 步) 和一个低指数时刻 (积分的第

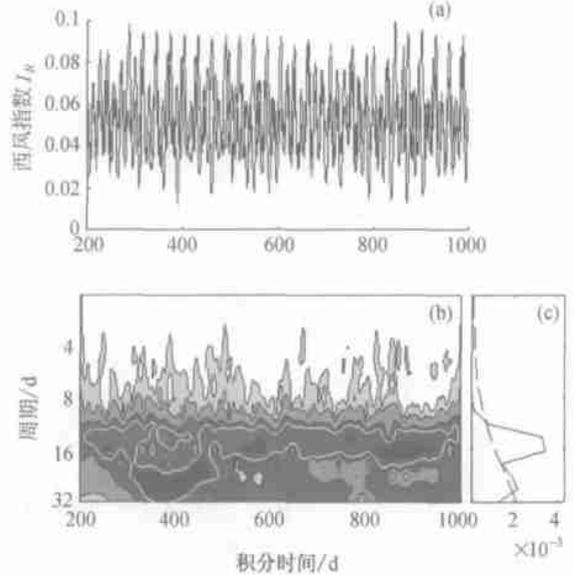


图 2 小波谱模式模拟的西风环流指数演变及其小波功率谱

(a) 西风环流指数 I_R ; (b) Morlet 小波功率谱; (c) 全域小波谱, 其中 (b) 中的白色曲线与 (c) 中的虚线都是 0.05 信度的临界线

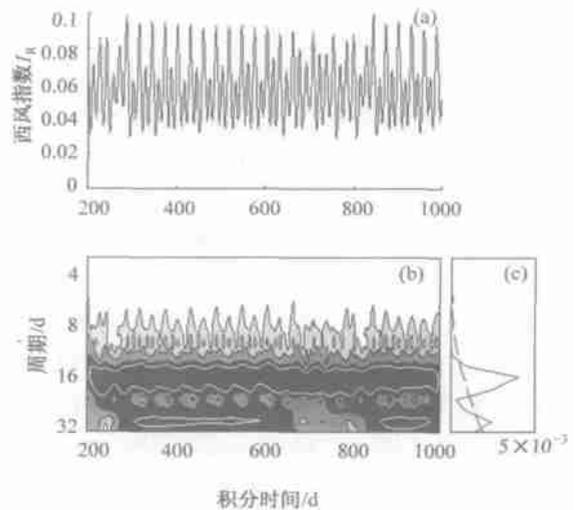


图 3 格点模式模拟的西风环流指数演变及其小波功率谱

(a) 西风环流指数 I_R ; (b) Morlet 小波功率谱; (c) 全域小波谱

27812 步、27233 步) 的流函数场绘出(图 4)。尽管所选两个模式的高(低)指数不一样, 但它们的流型

还是比较相似。这表明小波谱模式具有模拟正压大气非线性振荡特征的能力。

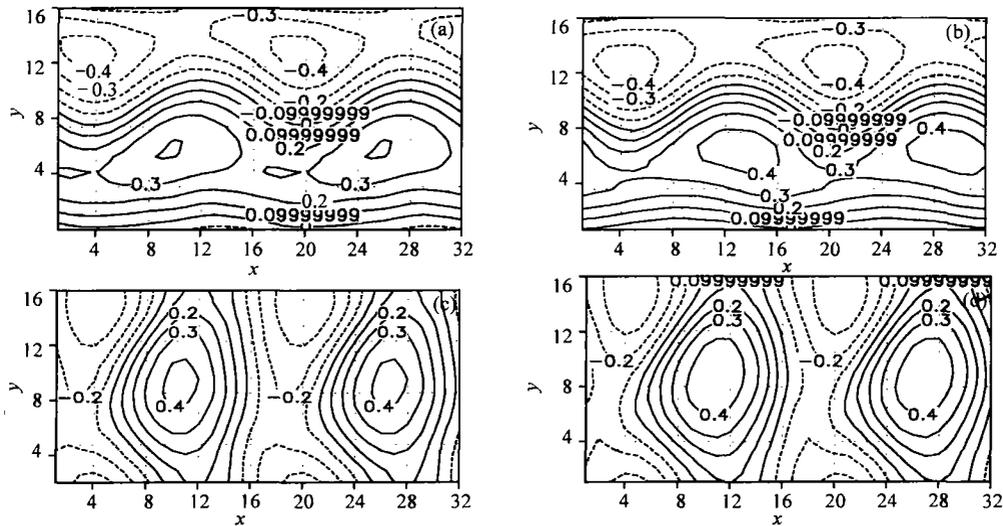


图 4 正压大气小波谱模式和格点模式模拟的高低指数流函数场

(a) 小波谱模式高指数 ($I_r = 0.0876$) 流场; (b) 格点模式高指数 ($I_r = 0.0999$) 流场;
(c) 小波谱模式低指数 ($I_r = 0.0133$) 流场; (d) 格点模式低指数 ($I_r = 0.0304$) 流场。

图中等值线的值已经放大了 1000 倍

6 讨论与结论

本文在周期边界条件下首次用 wavelet-Galerkin 方法导出了 β 平面通道准地转正压大气的小波谱模式, 对模式平流项的计算提出了小波格谱变换法, 代替直接计算小波非线性相互作用项, 大大减少了计算量, 为小波方法进一步用于大气环流或气候小波模式的数值求解克服了一个主要障碍。二维 Helmholtz 方程的求解是小波谱模式求解过程的另一个难点, 经过检验几种矩阵分解方法, 发现 Jacobian 分解方法计算的 Helmholtz 方程数值解精度最高, 同时, 它还远高于格点模式的迭代算法的解, 计算量也要小得多。在同样的初边值条件和强迫下, 小波谱模式和格点模式的长时间积分给出了相近的结果, 证明小波谱模式的推导和数值计算方案是正确的。小波谱模式不仅能模拟出热力强迫下的定常解, 也能模拟出地形强迫的、类似于大气高低指数循环的准周期解, 这显示了小波方法模拟大气大尺度非线性运动的潜力。

β 平面通道正压大气的小波谱模式的建立和成功运行为将小波方法进一步用于求解更复杂的大气环流模式奠定了基础。用 wavelet-Galerkin 方法求解球面大气运动方程组仍然是一个挑战, 有待进一步研究。

致谢 作者在小波理论和计算方面得到美国 J. Weiss 博士和 A. Fournier 博士, 比利时新鲁汶大学 J. Antoine 教授等的热情鼓励和帮助。C. Torrence 博士提供了小波功率谱计算程序。

参 考 文 献

- 1 Chang J. General Circulation Models of Atmosphere. New York: Academic Press, 1977
- 2 Arakawa A. Computational design for long-term numerical integration of the equations of fluid motion: Two-dimensional incompressible flow. Pat I J Comp Phys, 1966, 1: 119
- 3 戴新刚, 等. 二维小波变换在青藏高原大地形展开中的应用. 计算物理, 2003, 20(3): 245
- 4 廖洞贤, 等. 数值天气预报原理及其应用. 北京: 气象出版社, 1986

- 5 Chui C.K. An Introduction to Wavelets. Boston: Academic Press, 1992
- 6 Meyer Y. Ondelettes et Operateurs. Paris: Hermann, 1990
- 7 Daubechies I. Orthogonal bases of compactly supported wavelets. Pure Appl Math, 1988, 41: 906
- 8 Beylkin, et al. On the adaptive numerical solution of nonlinear partial differential equations in wavelet bases. J Comp Phys, 1997, 132: 233
- 9 Restrepo J.M., et al. Wavelet-Galerkin discretization of hybolic equations. J Comp Phys, 1995, 122: 118
- 10 Vasilyev O.V., et al. Modeling of viscoelastic plume-lithosphere interaction using the adaptive multilevel wavelet collocation method. Geophys J Int, 2001, 147: 579
- 11 Jameson L., et al. Wavelet analysis and ocean modeling: A dynamically adaptive numerical method "WOFD-AHO". Mon Wea Rev, 2000, 128: 1536
- 12 Qian S., et al. Wavelet-Galerkin discretization of hyperbolic equations. J Comp Phys, 1995, 122: 155
- 13 Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition; The wavelet representation. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11: 674
- 14 Cohen A., et al. Wavelet on the interval and fast wavelet transformations. Appl and Comp Harmonic Analysis, 1993, 1: 54
- 15 Daubechies I. Ten lectures on wavelets. CBMS-NSF Series in Applied Mathematics, 61. Philadelphia: SIAM Publications, 1992
- 16 Charney J.G., et al. Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking. J Atmos Sci, 1979, 36: 1205
- 17 Dahmen W., et al. Using the refinement equation for evaluating integrals of wavelets. SIAM, J Num Anal, 1993, 30: 507
- 18 Torrence C., et al. A practical guide to wavelet analysis. Bulletin of the American Meteor Soc, 1997, 79(1): 61



《城市生态可持续发展规划》杨志峰 何孟常 著
科学出版社 定价：70.00 元

随着国内外生态城市建设的兴起，对城市生态环境问题、生态城市规划理论、方法及建设实践，引起学术界、政府部门和城市管理者的广泛重视。本书作为生态规划研究方面的专著，在反映国内外生态规划研究进展和学术思想的基础上，进行大胆的探索和创新，突出规划理念、理论与方法的先进性，强调遥感与 GIS 及信息集成技术在生态规划方面的应用，并突出成果的系统性和实际可操作性。全书共分 8 章，分别论述了规划理念、思路与方法，城市生态系统评价与生态可持续发展目标，生态支持系统分析，城市发展与生态支持系统互动调控，市域生态安全空间格局，生态系统管育措施，规划方案评估和信息集成等内容。

本书可供大学和科研院所从事生态规划、城市规划和环境规划的教学和研究人员阅读，可作为相关专业研究生和本科生教学参考书，也可供大中城市从事规划和生态环境管理人员参考。